

La resolución y entrega del presente dossier es voluntaria. Cada uno de los ejercicios propuestos debe resolverse de forma razonada, argumentando adecuadamente la respuesta y cálculos realizados.

“Entre las dificultades se esconde la oportunidad” Albert Einstein.

PROBLEMA 1: Sea A una matriz cuadrada tal que verifica la relación $A^2 - 7A = 5I$, donde I es la matriz identidad. Se pide, calcular razonadamente:

- Los **valores** reales de a y b para que $A^{-1} = aA + bI$
- Los **valores** reales de p y q para que $A^4 = pA + qI$
- El **determinante** de la matriz $[(2 \cdot B^{-1})^2]^T$ sabiendo que B es una matriz cuadrada de orden 2 cuyo determinante vale 3.

PROBLEMA 2: Calcula el valor de los siguientes **límites**:

- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^5 - 3x^3 + 2x^2 - 3}{\sqrt{x} - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3x}{x-2} - \frac{x}{x^2-4} \right)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2 - x}{3x^2 + 5} \right)^{x+2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{x+1}$

PROBLEMA 3: Enuncia el **Teorema de Bolzano**. Tras ello, utiliza este teorema para demostrar que la ecuación

$$3x + \cos x = e^x$$

tiene (al menos) una solución en el intervalo abierto $(-2,1)$.

www.maths4everything.com

PROBLEMA 4: Determina la recta **perpendicular común** a las rectas r y s:

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 - 2\alpha \\ y = 2 + \alpha \\ z = 3 - \alpha \end{cases} \quad \text{con } \alpha \in \mathbb{R} \qquad s \equiv \begin{cases} 2x - y + 5 = 0 \\ 6x - z + 8 = 0 \end{cases}$$

PROBLEMA 5: **Determina** los valores de los parámetros reales a y b para que la función $f(x)$ sea continua y para que $f(-2) = f(-2/3)$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{ax}{x+2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

