



EMOCIONAR CON MATEMÁTICAS

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CLASE COOPERATIVA MEDIANTE GRUPOS DE EXPERTOS

INDICACIONES PREVIAS

Las siguientes indicaciones son sugerencias para la realización de la actividad. No se trata de consideraciones estrictas. El docente que dirige la sesión debe aplicar su experiencia y sentido común y adaptar esta actividad a las necesidades y contexto de su alumnado.

1. TIEMPO:

Para la realización de esta actividad se requiere un mínimo de 5 sesiones de aproximadamente 50 minutos.

2. MATERIAL NECESARIO:

- Móvil, ordenador o dispositivo con conexión a internet.
- Fichas de trabajo incluidas en este documento.

3. DISTRIBUCIÓN DEL AULA:

El criterio utilizado para la formación de los grupos de expertos debe ser considerado por el profesor o profesora, que conoce a su alumnado y puede tomar una decisión coherente en cuanto al reparto. En mi caso, la distribución se realizó atendiendo a las dificultades del alumnado en el bloque de álgebra.

Los grupos de trabajo habituales fueron disgregados para adquirir la especialización en las ecuaciones de segundo grado. En cada grupo de especialidad debe haber un miembro de cada grupo original para que más tarde éste pueda explicar su especialidad al resto de compañeros de la formación inicial.

- **Grupo de especialización en ecuaciones de segundo grado completas:** aproximadamente, el 70% de sus integrantes deben tener soltura o mayor facilidad para el trabajo con el álgebra. El 30% restante se corresponde con alumnado con habilidad suficiente para el manejo del álgebra.
- **Grupo de especialización en ecuaciones de segundo grado incompletas donde falta el término independiente:** debe estar formado





EMOCIONAR CON MATEMÁTICAS

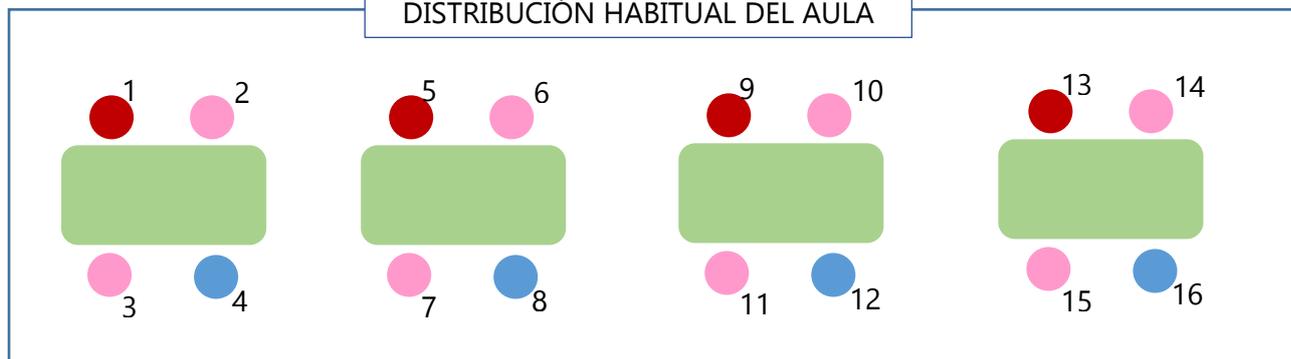
RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CLASE COOPERATIVA MEDIANTE GRUPOS DE EXPERTOS

por alumnado con habilidad suficiente para el manejo del álgebra. Es conveniente incluir un miembro (al menos) con mucha soltura para ello.

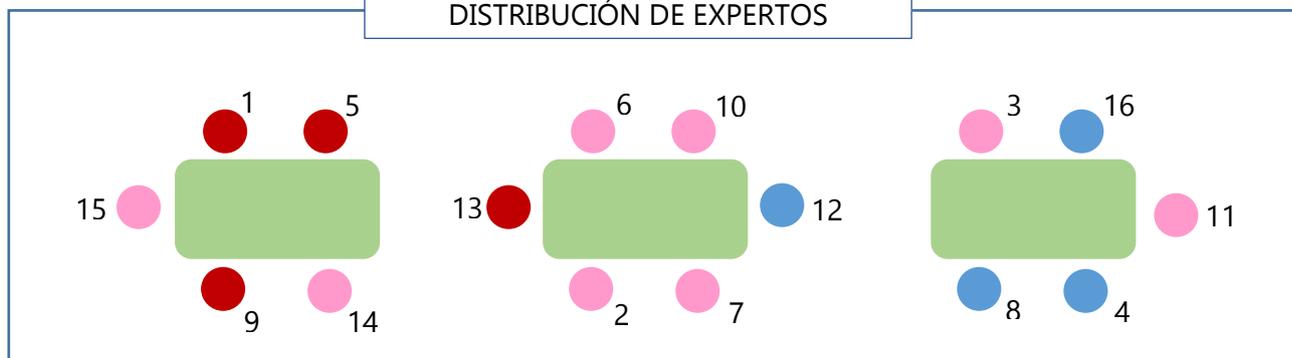
- **Grupo de especialización en ecuaciones de segundo grado incompletas con término independiente:** el 50% de sus integrantes deben tener habilidad suficiente para el manejo del álgebra y el 50% restante se corresponde con alumnado que presenta mayor dificultad en el aula para la captación y manejo del álgebra.

- Alumno/a con facilidad alta para trabajar el álgebra
- Alumno/a con facilidad media para trabajar el álgebra
- Alumno/a con facilidad baja para trabajar el álgebra

DISTRIBUCIÓN HABITUAL DEL AULA



DISTRIBUCIÓN DE EXPERTOS





EMOCIONAR CON MATEMÁTICAS

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CLASE COOPERATIVA MEDIANTE GRUPOS DE EXPERTOS

4. TEMPORALIZACIÓN DE LA ACTIVIDAD:

SESIÓN 1

- Se realiza la distribución de expertos en el aula.
- Todos los grupos realizan la **ficha nº1** donde se explica qué es una ecuación de segundo grado ordenada completa e incompleta.
- Tras acabar la ficha nº1, cada grupo comienza a trabajar la ficha correspondiente a su **especialidad**.
- Tanto en esta sesión como en las restantes, el alumnado puede ayudarse de sus **compañeros/as**, del **dispositivo** con conexión a internet y el **profesor** para resolver dudas referentes a su especialidad. En cada especialidad se recomienda una serie de videos o webs a las que pueden recurrir para realizar su investigación y convertirse en expertos/as.

SESIÓN 2

- Cada grupo desarrolla y finaliza el análisis/estudio de su especialidad en ecuaciones de segundo grado.
- El profesor pasa una hoja con las soluciones de cada una de las ecuaciones propuestas en las fichas. Ellos mismos corrigen y autoevalúan su labor.

SESIÓN 3

- Se deshacen los grupos de expertos y cada alumno/a vuelve a su **agrupación original**
- Los especialistas de las ecuaciones de segundo grado incompletas sin término independiente comienzan a **explicar al resto de compañeros** cómo se resuelven las ecuaciones que han aprendido. El experto/a debe:
 1. Asegurarse que todos sus compañeros/as de grupo entienden lo explicado
 2. Dictar o crear para ellos unos apuntes o explicación escrita del procedimiento seguido





EMOCIONAR CON MATEMÁTICAS

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CLASE COOPERATIVA MEDIANTE GRUPOS DE EXPERTOS

3. Ponerles ejemplos y actividades para que practiquen

- Tras ello, los expertos en ecuaciones de segundo grado incompletas con término independiente repiten el proceso seguido por sus anteriores compañeros/as.
- Antes de finalizar la sesión (a falta de 5 min), cada alumno/a proporciona un papel anónimo donde se puntúa/evalúa a los expertos/as que han actuado durante la sesión. Los propios expertos/as también deben ser críticos consigo mismos y autoevaluarse.

SESIÓN 4

- Los expertos en ecuaciones completas se encargan de explicar ahora su especialidad.
- Tras ello, cada grupo debe **crear** un listado de 6 ecuaciones de segundo grado (de todos los tipos) para la siguiente sesión retar a los compañeros/as de otros grupos.
- Antes de finalizar la sesión (a falta de 5 min), cada alumno/a proporciona un papel anónimo donde se puntúa/evalúa a los expertos/as que han actuado durante la sesión. Los propios expertos/as también deben ser críticos consigo mismos y autoevaluarse.

SESIÓN 5

- Cada grupo, resuelve en cooperativo las ecuaciones propuestas por el resto de grupos





EMOCIONAR CON MATEMÁTICAS

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CLASE COOPERATIVA MEDIANTE GRUPOS DE EXPERTOS

FICHA N°1: ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Una ecuación de segundo grado es aquella ecuación que puede escribirse de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{con } a \neq 0$$

Si los tres coeficientes (a, b y c) son diferentes de cero, se dice que **la ecuación es completa**. En caso contrario se llama **incompleta**. Determina si las siguientes ecuaciones de segundo grado son completas o incompletas. Si son incompletas, indica qué coeficiente falta.

ECUACIÓN	ECUACIÓN ORDENADA	COMPLETA O INCOMPLETA	VALORES COEFICIENTES	TERMINO QUE FALTA
$x^2 - 2x + 3 = 0$				
$7x^2 + 3 = 0$				
$-x^2 = 5x - 8$				
$6x - x^2 = 0$				
$5x^2 - 25 = 0$				
$-2 + 4x - 8x^2 = 0$				
$2x^2 = 8$				
$x^2 - 4x = 0$				
$x^2 - x = 1$				





EMOCIONAR CON MATEMÁTICAS

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CLASE COOPERATIVA MEDIANTE GRUPOS DE EXPERTOS

ESPECIALIDAD EN ECUACIONES COMPLETAS DE SEGUNDO GRADO

Has sido seleccionado como miembro de tu grupo para convertirte en experto/a de ecuaciones de segundo grado completas. Al final de esta ficha, podrás encontrar algún video y/o enlace que pueden ayudarte en tu especialidad, no obstante, te recomendamos que no lo recurras a ellos sin antes intentar deducir/entender por ti mismo/a lo que contiene este documento. Suerte, tus compañeros/as confían en ti.

Para resolver una ecuación completa de segundo grado utilizaremos la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Observa el siguiente ejemplo y luego trata de resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado completas:

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 1 \\ b = 3 \\ c = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} =$$
$$= \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{-3+1}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \\ \frac{-3-1}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \end{cases} \Rightarrow \text{Soluciones: } \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$





EMOCIONAR CON MATEMÁTICAS

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CLASE COOPERATIVA MEDIANTE GRUPOS DE EXPERTOS

Resuelve las siguientes ecuaciones completas, utilizando la técnica aprendida:

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$

b) $x^2 - 2x + 1 = 0$

c) $5x + 6 = 25x^2$

d) $x^2 + x - 12 = 0$

e) $x^2 + 4x + 4 = 0$

f) $4x^2 = 35x + 9$

g) $x^2 + 4x - 12 = 0$

h) $x^2 + x + 5 = 0$

i) $-9x^2 + 6x - 1 = 0$

j) $x^2 - 4x - 5 = 0$

k) $2 - 7x + 3x^2 = 0$

l) $-2x^2 + 2x - 7 = 0$

Todos los grandes expertos/as que se precien, deben conocer trucos que les hagan demostrar hasta dónde puede llegar su conocimiento. Imagina que tenemos una ecuación de 2º grado completa de la forma:

$$x^2 + bx + c = 0$$

Por ejemplo, la ecuación del inicio de esta ficha: $x^2 + 3x + 2 = 0$ cuyas soluciones son -1 y -2. ¿**Qué observas** cuando realizas la **multiplicación** y la **suma** de las soluciones? ¿Podemos deducir algún **truco** para saber si hemos resuelto bien una ecuación completa de segundo grado?

Observa las ecuaciones que has resuelto y contesta a las siguientes cuestiones:

1. ¿**Cuántas soluciones** puede tener una ecuación de segundo grado?

2. En una ecuación de 2º grado completa, ¿**de qué depende** el número de soluciones?

AYUDA

<https://www.youtube.com/watch?v=IGhjSc8IEKY>
<https://www.youtube.com/watch?v=Y2-6wZst73w>
<https://www.youtube.com/watch?v=Opx5uasZaHM>



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com



EMOCIONAR CON MATEMÁTICAS

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CLASE COOPERATIVA MEDIANTE GRUPOS DE EXPERTOS

ESPECIALIDAD EN ECUACIONES INCOMPLETAS DE 2º GRADO CON TÉRMINO INDEPENDIENTE (b=0)

Has sido seleccionado como miembro de tu grupo para convertirte en experto/a de ecuaciones de segundo grado incompletas donde $b=0$. Al final de esta ficha, podrás encontrar algún video y/o enlace que pueden ayudarte en tu especialidad, no obstante, te recomendamos que no lo recurras a ellos sin antes intentar deducir/entender por ti mismo/a lo que contiene este documento. Suerte, tus compañeros/as confían en ti.

Las ecuaciones de segundo grado incompletas con término independiente son ecuaciones en las que falta el término b , porque vale cero. Veamos un ejemplo de cómo se resuelven. Explica en cada paso qué se hace para resolver la ecuación:

$$x^2 - 20 = 5$$

		EXPLICACIÓN
PASO 1	$x^2 - 25 = 0$	
PASO 2	$x^2 = 25$	
PASO 3	$x = \sqrt{25}$	
PASO 4	$x = \pm 5$	





EMOCIONAR CON MATEMÁTICAS

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CLASE COOPERATIVA MEDIANTE GRUPOS DE EXPERTOS

Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

a) $x^2 - 1 = 0$

b) $2x^2 = 0$

c) $x^2 - 9 = 0$

d) $4x^2 - 9 = 0$

e) $x^2 + 4 = 0$

f) $8x^2 - 72 = 0$

g) $3x^2 - 4 = 28 + x^2$

h) $2x^2 - 72 = 0$

i) $x^2 = 25$

j) $x^2 - 6 = 10$

k) $1 - 4x^2 = -8$

l) $x^2 + 11 = 0$

Después de resolver estas ecuaciones, contesta a las siguientes cuestiones:

1. ¿**Cuántas soluciones** puede tener una ecuación incompleta de segundo grado donde falta el término b?

2. En una ecuación de 2º grado incompleta donde falta el término b, ¿**de qué depende** el número de soluciones?

AYUDA

<https://www.youtube.com/watch?v=7jVEhhZ6Khg>



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons
Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0
Internacional

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com



EMOCIONAR CON MATEMÁTICAS

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO
CLASE COOPERATIVA MEDIANTE
GRUPOS DE EXPERTOS

ESPECIALIDAD EN ECUACIONES INCOMPLETAS DE 2º GRADO SIN TÉRMINO INDEPENDIENTE ($c=0$)

Has sido seleccionado como miembro de tu grupo para convertirte en experto/a de ecuaciones de segundo grado incompletas donde $c=0$. Al final de esta ficha, podrás encontrar algún video y/o enlace que pueden ayudarte en tu especialidad, no obstante, te recomendamos que no lo recurras a ellos sin antes intentar deducir/entender por ti mismo/a lo que contiene este documento. Suerte, tus compañeros/as confían en ti.

Las ecuaciones de segundo grado incompletas sin término independiente son ecuaciones en las que falta el término c , porque vale cero. Veamos un ejemplo de cómo se resuelven. Explica en cada paso qué se hace para resolver la ecuación:

$$x^2 = 3x$$

		EXPLICACIÓN
PASO 1	$x^2 - 3x = 0$	
PASO 2	$x \cdot (x - 3) = 0$	
PASO 3	$x = 0$ $x - 3 = 0$	
PASO 4	$x = 0$ $x = 3$	





EMOCIONAR CON MATEMÁTICAS

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CLASE COOPERATIVA MEDIANTE GRUPOS DE EXPERTOS

Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

a) $x^2 - x = 0$

b) $2x^2 = 8x$

c) $x^2 - 9x = 0$

d) $4x^2 - 2x = 0$

e) $x^2 + 2x = 0$

f) $8x^2 + 16x = 0$

g) $3x^2 - 4x = x^2$

h) $x^2 + 7x = 0$

i) $2x^2 - 6x = 0$

j) $x^2 - 6x = 10x$

k) $x - 4x^2 = -8x$

l) $x^2 + 11x = 0$

Después de resolver estas ecuaciones, contesta a las siguientes cuestiones:

1. ¿**Cuántas soluciones** tiene una ecuación de segundo grado incompleta donde falta el término c ?

2. ¿Podemos concluir alguna cosa con respecto **al valor de las soluciones** de una ecuación de segundo grado incompleta? ¿Qué?

AYUDA

<https://www.youtube.com/watch?v=UcUBxM-foys>
<https://www.youtube.com/watch?v=VJegSwlnW2U>



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons
Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0
Internacional

Pedro A. Martínez Ortiz
www.maths4everything.com



EMOCIONAR CON MATEMÁTICAS

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO
CLASE COOPERATIVA MEDIANTE
GRUPOS DE EXPERTOS

SOLUCIONES: ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO COMPLETAS

- | | | |
|-----------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| a) $x = 1$ y $x = 2$ | b) $x = 1$ <i>doble</i> | c) $x = -2/5$ y $x = 3/5$ |
| d) $x = 3$ y $x = -4$ | e) $x = -2$ <i>doble</i> | f) $x = 9$ y $x = -1/4$ |
| g) $x = 2$ y $x = -6$ | h) <i>Sin solución real</i> | i) $x = 1/3$ <i>doble</i> |
| j) $x = 5$ y $x = -1$ | k) $x = 1/3$ y $x = 2$ | l) <i>Sin solución real</i> |

SOLUCIONES: ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO INCOMPLETAS CON TÉRMINO INDEPENDIENTE

- | | | |
|---------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| a) $x = 1$ y $x = -1$ | b) $x = 0$ <i>doble</i> | c) $x = 3$ y $x = -3$ |
| d) $x = 3/2$ y $x = -3/2$ | e) <i>Sin solución real</i> | f) $x = 3$ y $x = -3$ |
| g) $x = 4$ y $x = -4$ | h) $x = 6$ y $x = -6$ | i) $x = 5$ y $x = -5$ |
| j) $x = 4$ y $x = -4$ | k) $x = 3/2$ y $x = -3/2$ | l) <i>Sin solución real</i> |

SOLUCIONES: ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO INCOMPLETAS SIN TÉRMINO INDEPENDIENTE

- | | | |
|-----------------------|------------------------|------------------------|
| a) $x = 0$ y $x = 1$ | b) $x = 0$ y $x = 4$ | c) $x = 0$ y $x = 9$ |
| d) $x = 0$ y $x = -2$ | e) $x = 0$ y $x = -2$ | f) $x = 0$ y $x = -2$ |
| g) $x = 0$ y $x = 2$ | h) $x = 0$ y $x = -7$ | i) $x = 0$ y $x = 3$ |
| j) $x = 0$ y $x = 16$ | k) $x = 0$ y $x = 9/4$ | l) $x = 0$ y $x = -11$ |

